

Inéquations et systèmes d'inéquations du 1er degré à deux inconnues

Mathématiques

Troisième



Monsieur THAIRE

Professeur de Mathématiques

AVERTISSEMENT

La présente fiche de synthèse est la propriété de l'Académie de l'Enseignement Numérique en Afrique (ACENA), gestionnaire de la plateforme web et mobile www.e-repetiteur.sn.

La présente fiche est destinée uniquement aux membres et abonnés de la plateforme pour une utilisation purement académique et à travers les moyens de diffusion mis à la disposition de l'utilisateur.

Ainsi, il est formellement interdit de télécharger, partager, diffuser, reproduire tout ou partie de cette Fiche sans autorisation.

L'Académie de l'Enseignement Numérique en Afrique se réserve le droit de vérifier le respect des conditions générales d'utilisation de son service.

L'Académie de l'Enseignement Numérique en Afrique se réserve également le droit de porter devant les juridictions compétentes toute violation des conditions générales d'utilisation et des conditions générales de vente.

I. INEQUATIONS A DEUX INCONNUES

1. Définition

Soient a , b et c trois réels fixés, a et b non tous nuls.

Les écritures $ax + by + c > 0$ ou $ax + by + c < 0$ ou $ax + by + c \geq 0$ ou $ax + by + c \leq 0$ sont appelées inéquations du premier degré à deux inconnues.

2. Résolution

Soit (D) une droite d'équation générale $ax + by + c = 0$ et A , un point de (D) tracé dans un repère orthogonal. La droite (D) partage le plan en deux demi-plans.

Les coordonnées des points de l'un de ces demi-plans vérifient l'inéquation $ax + by + c > 0$ et les coordonnées des points de l'autre demi-plan vérifient l'inéquation $ax + by + c < 0$.

Pour résoudre graphiquement une inéquation du premier degré à deux inconnues du type $ax + by + c > 0$ ou $(<; \geq 0$ et $\leq 0)$:

- On trace dans un repère orthogonal la droite (Δ) d'équation $ax + by + c = 0$.

- On considère un point $M(x_1; y_1)$ de l'un des demi-plans de frontière (Δ) .

- On remplace x et y respectivement par x_1 et y_1 dans l'inéquation donnée.

Si x_1 et y_1 vérifie l'inéquation, alors M appartient au demi-plan représentant l'ensemble des solutions de cette inéquation.

Si non, l'autre demi-plan représente l'ensemble des solutions de l'inéquation.

Exemple:

Résoudre l'inéquation $6x - y + 3 > 0$

Soit (D) : $6x - y + 3 = 0$

Faisons le choix de point

Si $x = 0$ on a $y = 3$ d'où le point $A(0; 3)$

Si $x = -1$ on a $y = -3$ d'où le point $B(-1; -3)$

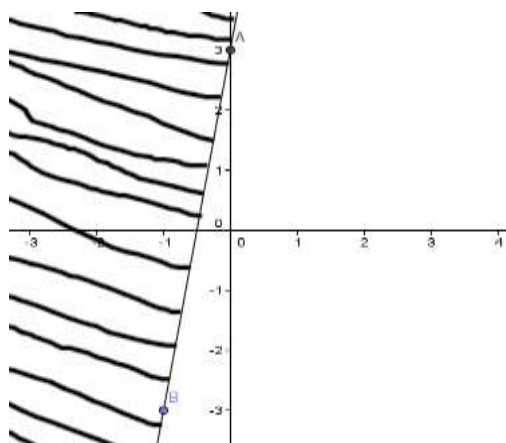
Vérification

Soit $O(0;0)$

Remplaçons ces coordonnées dans l'inéquation

$6(0) - 0 + 3 > 0$ d'où $3 > 0$ vrai

Donc le demi-plan contenant l'origine du repère est la partie solution.



Exercice d'application 1:

Résous graphiquement les inéquations suivantes:

$$-2x + y > 0 \text{ et } x - 3y + 2 \leq 0$$

II. SYSTEMES D'INEQUATIONS DU PREMIER DEGRE A DEUX

INCONNUES

1. Définition

On appelle système d'inéquations du 1^{er} degré à deux inconnues toute écriture de la forme

$$\begin{cases} ax + by + c > 0 \\ a'x + b'y + c' < 0 \end{cases}$$

On peut avoir aussi les inégalités \geq ou \leq

2. Résolution

Pour résoudre graphiquement un système d'inéquations du type $\begin{cases} ax + by + c > 0 \\ a'x + b'y + c' < 0 \end{cases}$

On procède comme suit:

On trace un repère orthogonal (ou orthonormal).

On trace dans ce repère la droite (D) d'équation $ax + by + c = 0$ puis on colorie le demi-plan représentant l'ensemble des solutions de l'inéquation $ax + by + c > 0$.

Dans le même repère, on trace dans ce repère la droite (D') d'équation $a'x + b'y + c' = 0$ puis à l'aide d'une autre couleur, on colorie le demi-plan représentant l'ensemble des solutions de l'inéquation $a'x + b'y + c' < 0$.

L'ensemble solution du système est la partie du plan coloriée par les deux couleurs.

Exemple:

Résoudre graphiquement le système: $\begin{cases} x - y - 1 \geq 0 \\ 2x - 3y \geq 4 \end{cases}$

Résolution:

Résolvons graphiquement le système: $\begin{cases} x - y - 1 \geq 0 \\ 2x - 3y \geq 4 \end{cases}$

Soit (D₁): $x - y - 1 = 0$

On fait le choix de points

Si $x = 0$ on a $y = -1$ d'où le point A(0; -1)

Si $x = 1$ on a $y = 0$ d'où le point B(1; 0)

Soit (D₂): $2x - 3y = 4$

On fait le choix de points

Si $x = -1$ on a $y = -2$ d'où le point C(-1; -2)

Si $x = 2$ on a $y = 0$ d'où le point D(2; 0)

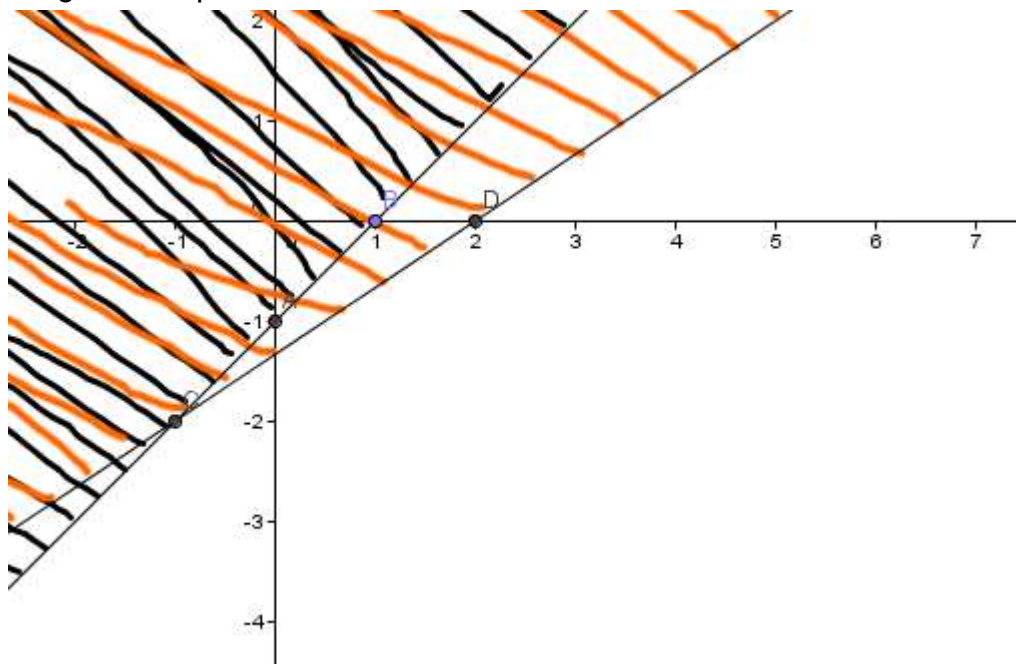
Vérification:

Soit O(0; 0)

Pour (D₁) on a : $0 - 0 - 1 \geq 0$ d'où $-1 \geq 0$ faux donc on assure le demi-plan contenant

l'origine du repère.

Pour (D_2) on a : $2(0) - 3(0) \geq 4$ d'où $0 \geq 4$ faux donc on assure le demi-plan contenant l'origine du repère.



Exercice d'application 2

Résoudre graphiquement les systèmes suivants :

$$A) \begin{cases} x + y - 6 > 0 \\ -3x - 3y - 7 < 0 \end{cases} \quad B) \begin{cases} x + y + 2 \geq 0 \\ x - 5 \leq -y \end{cases}$$