Fiche de synthèse

www.e-repetiteur.sn

Inéquations et systèmes d’inéquations du 1er degré à deux inconnues

Mathématiques

Monsieur THAIRÉ
Professeur de Mathématiques

Troisième

I. INEQUATIONS A DEUX INCONNUES

1. Définition

Soient a, b et c trois réels fixés, a et b non tous nuls.
Les écriture $ax + by + c > 0$ ou $ax + by + c < 0$ ou $ax + by + c \geq 0$ ou $ax + by + c \leq 0$ sont appelées inéquations du premier degré à deux inconnues.

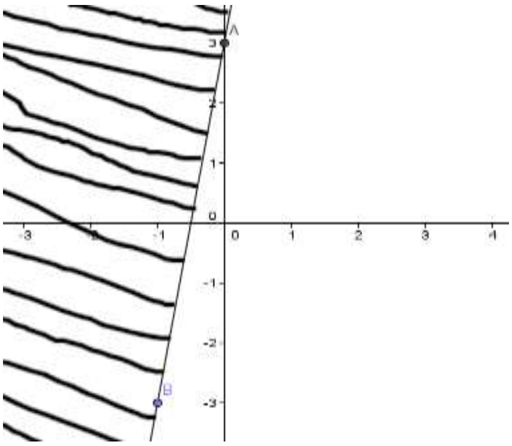
2. Résolution

Soit (D) une droite d'équation générale $ax + by + c = 0$ et A, un point de (D) tracé dans un repère orthogonal. La droite (D) partage le plan en deux demi-plans.
Les coordonnées des points de l'un de ces demi-plans vérifient l'inéquation $ax + by + c > 0$ et les coordonnées des points de l'autre demi-plan vérifient l'inéquation $ax + by + c < 0$.

Pour résoudre graphiquement une inéquation du premier degré à deux inconnues du type $ax + by + c > 0$ ou ($<$; ≥ 0 et ≤ 0):
- On trace dans un repère orthogonal la droite (Δ) d'équation $ax + by + c = 0$.
- On considère un point $M(x_1; y_1)$ de l'un des demi-plans de frontière (Δ).
- On remplace x et y respectivement par x_1 et $y_1$dans l'inéquation donnée.

Si x_1 et y_1 vérifie l'inéquation, alors M appartient au demi-plan représentant l'ensemble des solutions de cette inéquations.
Si non, l'autre demi-plan représente l'ensemble des solutions de l'inéquation.

Exemple:
Résoudre l'inéquation $6x - y + 3 > 0$
Soit $(D): 6x - y + 3 = 0$
Faisons le choix de point
Si $x = 0$ on a $y = 3$ d'où le point $A(0; 3)$
Si $x = -1$ on a $y = -3$d'où le point $B(-1; -3)$
Vérification
Soit O(0;0)
Remplaçons ces coordonnées dans l'inéquation
$6(0) - 0 + 3 > 0$ d'où $3 > 0$ vrai
Donc le demi-plan contenant l'origine du repère est la partie solution.



Exercice d'application 1:
Résous graphiquement les inéquations suivantes:
$-2x + y > 0$ et $x - 3y + 2 \leq 0$

II. SYSTEMES D'INEQUATIONS DU PREMIER DEGRE A DEUX INCONNUES

1. Définition

On appelle système d'inéquations du 1[er] degré à deux inconnues toute écriture de la forme
$\begin{cases} ax + by + c > 0 \\ a'x + b'y + c' < 0 \end{cases}$
On peut avoir aussi les inégalités $\geq$ ou $\leq$

2. Résolution

Pour résoudre graphiquement un système d'inéquations du type $\begin{cases} ax + by + c > 0 \\ a'x + b'y + c' < 0 \end{cases}$
On procède comme suit:

On trace un repère orthogonal (ou orthonormal).
On trace dans ce repère la droite (D) d'équation $ax + by + c = 0$ puis on colorie le demi-plan représentant l'ensemble des solutions de l'inéquation $ax + by + c > 0$.
Dans le même repère, on trace dans ce repère la droite (D') d'équation $a'x + b'y + c' = 0$ puis à l'aide d'une autre couleur, on colorie le demi-plan représentant l'ensemble des solutions de l'inéquation $a'x + b'y + c' < 0$.
L'ensemble solution du système est la partie du plan coloriée par les deux couleurs.

Exemple:

Résoudre graphiquement le système: $\begin{cases} x - y - 1 \geq 0 \\ 2x - 3y \geq 4 \end{cases}$

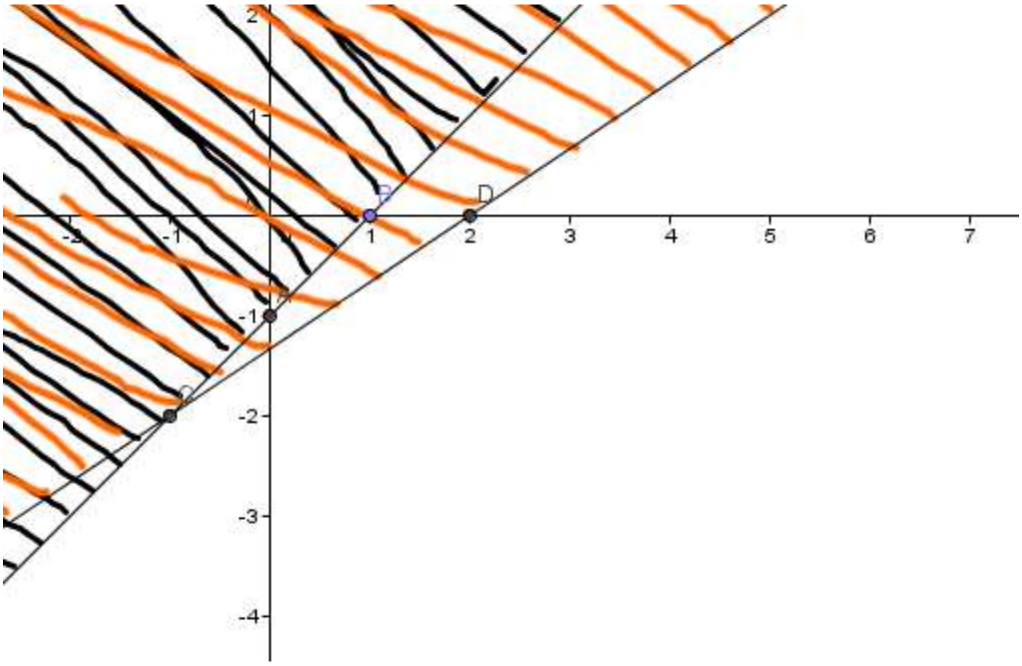
Résolution:

Résolvons graphiquement le système: $\begin{cases} x - y - 1 \geq 0 \\ 2x - 3y \geq 4 \end{cases}$

Soit $(D_1): x - y - 1 = 0$
On fait le choix de points
Si $x = 0$ on a $y = -1$ d'où le point $A(0; -1)$
Si $x = 1$ on a $y = 0$d'où le point $B(1; 0)$
Soit $(D_2): 2x - 3y = 4$
On fait le choix de points
Si $x = -1$ on a $y = -2$ d'où le point $C(-1; -2)$
Si $x = 2$ on a $y = 0$ d'où le point $D(2; 0)$

Vérification:
Soit O(0; 0)
Pour (D_1) on a : $0 - 0 - 1 \geq 0$ d'où $-1 \geq 0$ faux donc on assure le demi-plan contenant

l'origine du repère.
Pour (D_2) on a : $2(0) - 3(0) \geq 4$ d'où $0 \geq 4$ faux donc on assure le demi-plan contenant l'origine du repère.



Exercice d'application 2

Résoudre graphiquement les systèmes suivants :

A) $\begin{cases} x + y - 6 > 0 \\ -3x - 3y - 7 < 0 \end{cases}$ B) $\begin{cases} x + y + 2 \geq 0 \\ x - 5 \leq -y \end{cases}$